



แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เล่มที่ 1 เรื่อง อัตราการเปลี่ยนแปลง จัดทำขึ้นตามหลักสูตรโรงเรียนสวนกุหลาบวิทยาลัย (จิระประวัติ) นครสวรรค์ ซึ่งครอบคลุมหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เพื่อใช้ประกอบกิจกรรมการเรียนรู้ รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 5 รหัสวิชา ค33201 เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของหน่วยการเรียนรู้ แคลคูลัสเบื้องต้น เพื่อแก้ปัญหานักเรียนที่ขาดทักษะทางคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถฝึกฝนเพิ่มเติมได้ด้วยตนเอง อันจะนำไปสู่ความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาวิชามากยิ่งขึ้น เกิดทักษะในการคิดคำนวณ เพื่อช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา ฝึกการทำงานเป็นกลุ่มอย่างมีระบบ ระเบียบ รอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณ มีความซื่อสัตย์ มีความเชื่อมั่นในตนเอง รวมทั้งเพื่อตอบสนองความแตกต่างระหว่างบุคคล ทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ เกิดความคงทนในการเรียนรู้

ผู้จัดทำหวังเป็นอย่างยิ่งว่าแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์เล่มนี้ จะเป็นประโยชน์ต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ การศึกษาค้นคว้าหาความรู้ของนักเรียน และเป็นประโยชน์ต่อผู้สนใจเป็นอย่างดี

สุนันทา ภักดีวนิชย์



สารบัญ

	หน้า
คำนำ	ก
สารบัญ	ข
คำชี้แจงเกี่ยวกับแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์	ค
คำแนะนำเกี่ยวกับแบบฝึกทักษะสำหรับครู	ง
คำแนะนำเกี่ยวกับแบบฝึกทักษะสำหรับนักเรียน	จ
ขั้นตอนการเรียนรู้โดยใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เล่มที่ 1	ฉ
สาระการเรียนรู้ สาระสำคัญ จุดประสงค์การเรียนรู้	1
สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	2
แบบทดสอบก่อนเรียน	3
ใบความรู้ที่ 1.1 อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ย	6
แบบฝึกทักษะที่ 1.1	11
ใบความรู้ที่ 1.2 อัตราการเปลี่ยนแปลงขณะใดๆ	16
แบบฝึกทักษะที่ 1.2	22
แบบทดสอบหลังเรียน	27
แบบบันทึกคะแนนแบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน	30
แบบบันทึกความก้าวหน้าของแบบฝึกทักษะ	31
บรรณานุกรม	32
ภาคผนวก	33
เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน	34
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1.1	35
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1.2	43
เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน	52



คำชี้แจงเกี่ยวกับแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์

1. แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์เล่มนี้ เป็นเอกสารรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 5 รหัสวิชา ค33201
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของหน่วยการเรียนรู้ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น ประกอบด้วย
แบบฝึกทักษะทั้งหมด 5 เล่ม ดังนี้
 - เล่มที่ 1 อัตราการเปลี่ยนแปลง
 - เล่มที่ 2 อนุพันธ์ของฟังก์ชัน
 - เล่มที่ 3 อนุพันธ์ของฟังก์ชันประกอบ
 - เล่มที่ 4 อนุพันธ์อันดับสูง
 - เล่มที่ 5 การประยุกต์ของอนุพันธ์
2. แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์เล่มนี้จัดทำขึ้นเพื่อใช้เป็นสื่อการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ให้ผู้เรียนได้
ศึกษาทำความเข้าใจ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6
3. แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์เล่มนี้เป็นเล่มที่ 1 เรื่อง อัตราการเปลี่ยนแปลง ประกอบด้วย
 - 3.1 คำชี้แจงเกี่ยวกับแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์
 - 3.2 คำแนะนำเกี่ยวกับแบบฝึกทักษะสำหรับครู
 - 3.3 คำแนะนำเกี่ยวกับแบบฝึกทักษะสำหรับนักเรียน
 - 3.4 ขั้นตอนการเรียนรู้โดยใช้แบบฝึกทักษะ
 - 3.5 แบบทดสอบก่อนเรียน
 - 3.6 เนื้อหาและตัวอย่าง
 - 3.7 แบบฝึกทักษะ
 - 3.8 แบบทดสอบหลังเรียน
4. แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์เล่มนี้ใช้เวลา 4 ชั่วโมง



คำแนะนำเกี่ยวกับแบบฝึกทักษะสำหรับครู

แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 5 รหัสวิชา ค33201 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง อัตราการเปลี่ยนแปลง ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของหน่วยการเรียนรู้เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น ครูผู้สอนเป็นผู้ที่มีบทบาทสำคัญที่จะช่วยให้การดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้ของนักเรียน บรรลุตามวัตถุประสงค์ ครูผู้สอนจึงควรศึกษารายละเอียด เกี่ยวกับการปฏิบัติตนก่อนที่จะใช้แบบฝึกทักษะ ดังนี้

1. ครูควรศึกษาแบบฝึกทักษะและอ่านเนื้อหาสาระอย่างละเอียดรอบคอบ พร้อมทั้งทำความเข้าใจเนื้อหาทุกเล่มก่อนนำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน
2. ครูควรเตรียมแบบฝึกทักษะให้ครบถ้วนและเพียงพอกับจำนวนของนักเรียน
3. ครูควรชี้แจงให้นักเรียนทราบถึงวัตถุประสงค์ ลำดับขั้นตอน และวิธีการสอนโดยใช้แบบฝึกทักษะอย่างชัดเจน
4. ครูควรชี้แจงให้นักเรียนทราบเกี่ยวกับบทบาทของนักเรียนในการเรียนโดยใช้แบบฝึกทักษะให้เข้าใจ และเน้นย้ำเรื่องของความซื่อสัตย์โดยไม่ลอกเพื่อน ไม่ให้เพื่อนทำให้ หรือไม่ดูเฉลยก่อนลงมือทำด้วยตนเอง
5. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียนเพื่อประเมินความรู้เดิมของนักเรียน
6. ดำเนินการสอนตามกิจกรรมการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ในแผนการจัดการเรียนรู้
7. ให้นักเรียนศึกษาเนื้อหา และทำแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์แล้วเปลี่ยนกันตรวจ

ตามเฉลย

8. เวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนโดยใช้แบบฝึกทักษะของนักเรียนแต่ละคนอาจไม่เท่ากัน ครูควรยืดหยุ่นตามความเหมาะสมและสถานการณ์
9. ประเมินผลการเรียนของนักเรียนอย่างต่อเนื่อง และให้การเสริมแรงในการปฏิบัติกิจกรรมของนักเรียน
10. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียนเพื่อประเมินความก้าวหน้าของนักเรียน
11. ให้นักเรียนร่วมกันสรุปบทเรียน
12. บันทึกผลหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แบบฝึกคณิตศาสตร์
13. การจัดชั้นเรียนอาจจัดให้นักเรียนศึกษาเป็นรายบุคคลหรือรายกลุ่มก็ได้

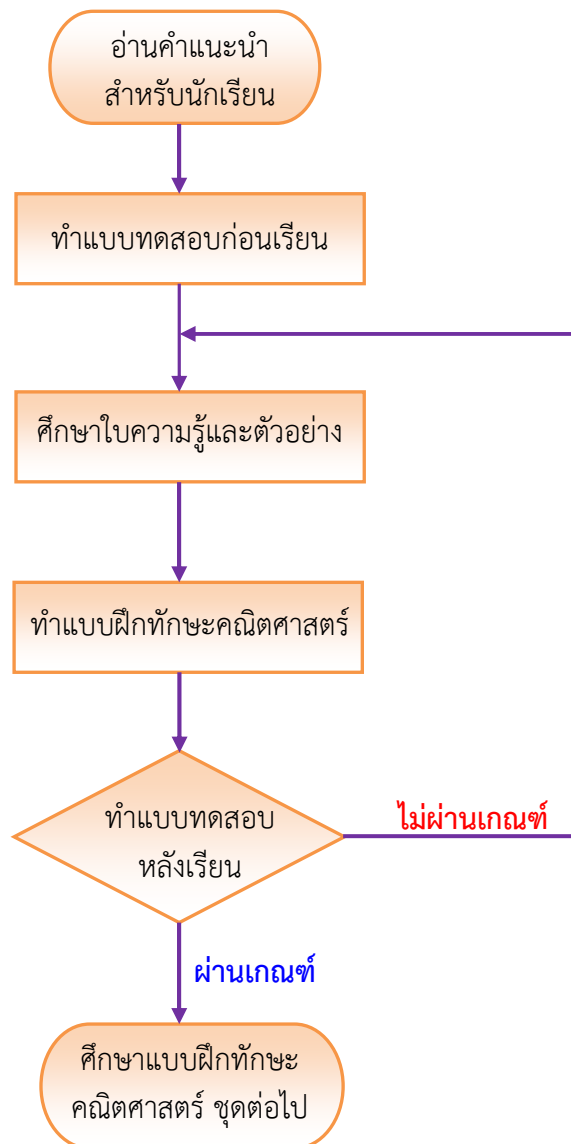


คำแนะนำเกี่ยวกับแบบฝึกทักษะสำหรับนักเรียน

แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 5 รหัสวิชา ค33201 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง อัตราการเปลี่ยนแปลง ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของหน่วยการเรียนรู้เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น นักเรียนควรปฏิบัติตามคำแนะนำ ดังนี้

1. นักเรียนควรอ่านคำชี้แจงเกี่ยวกับแบบฝึกทักษะ และคำแนะนำในการใช้แบบฝึกทักษะสำหรับนักเรียนให้เข้าใจ ก่อนจะศึกษาและทำแบบฝึกทักษะทุกครั้ง
2. ทำแบบทดสอบก่อนเรียนเพื่อตรวจสอบความรู้เดิมของนักเรียน
3. ศึกษาเนื้อหาและตัวอย่างให้เข้าใจ แล้วทำแบบฝึกทักษะตามขั้นตอน ถ้าทำแบบฝึกทักษะไม่ได้ ให้ศึกษาเนื้อหาและตัวอย่างใหม่อีกครั้ง หรือปรึกษาครูผู้สอน
4. เปลี่ยนกันตรวจตามเฉลย และบันทึกคะแนนที่ได้ไว้ จากนั้นร่วมกันสรุปองค์ความรู้
5. ทำแบบทดสอบหลังเรียน เพื่อประเมินความก้าวหน้าของตนเอง หลังจากศึกษาแบบฝึกทักษะจบแล้ว
6. ในการทำแบบฝึกทักษะ แบบทดสอบก่อนเรียน แบบทดสอบหลังเรียน ให้นักเรียนพยายามทำด้วยความตั้งใจ และมีความซื่อสัตย์ต่อตนเองมากที่สุด

ขั้นตอนการเรียนรู้โดยใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เล่มที่ 1



สาระการเรียนรู้ อัตราการเปลี่ยนแปลง

สาระสำคัญ

ถ้า $y = f(x)$ เป็นฟังก์ชันใดๆ เมื่อค่าของ x เปลี่ยนเป็น $x+h$ โดยที่ $h \neq 0$ ค่าของ y เปลี่ยนจาก $f(x)$ เป็น $f(x+h)$ แล้ว

★ อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ในช่วง x ถึง $x+h$ คือ $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

★ อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะที่ x มีค่าใดๆ คือ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

ผลการเรียนรู้

หาอนุพันธ์ของฟังก์ชันได้

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. ด้านความรู้ (K)

- 1.1 บอกความหมายของอัตราการเปลี่ยนแปลงได้
- 1.2 หาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ขณะที่ x เปลี่ยนจาก x เป็น $x+h$ ได้
- 1.3 หาอัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะที่ x มีค่าใดๆ ได้

2. ด้านทักษะกระบวนการ (P)

- 2.1 มีความสามารถในการให้เหตุผล
- 2.2 มีความสามารถในการแก้ปัญหา
- 2.3 มีความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ
- 2.4 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

3. ด้านคุณลักษณะ (A)

- 3.1 มีความรับผิดชอบ
- 3.2 มีความซื่อสัตย์สุจริต
- 3.3 มีความมุ่งมั่นในการทำงาน
- 3.4 มีความใฝ่รู้ใฝ่เรียน
- 3.5 มีระเบียบวินัย

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

- 1. ความสามารถในการสื่อสาร
- 2. ความสามารถในการคิด
- 3. ความสามารถในการแก้ปัญหา

แบบทดสอบก่อนเรียน

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 5 (ค33201)
เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6
เล่มที่ 1 อัตราการเปลี่ยนแปลง

- คำชี้แจง** 1. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบปรนัยเลือกตอบ จำนวน 10 ข้อ ใช้เวลา 20 นาที
2. ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย X ลงในช่องตัวเลือกในกระดาษคำตอบที่เห็นว่าถูกต้องที่สุด

1. อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x เมื่อ x เปลี่ยนจาก x ไปเป็น $x + h$ ตรงกับข้อใด

ก. $\frac{f(x+h) + f(x)}{h}$

ข. $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

ค. $\frac{f(x-h) + f(x)}{h}$

ง. $\frac{f(x-h) - f(x)}{h}$

2. กำหนดให้ $y = f(x) = x^2 + 1$ ข้อใดคืออัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ขณะที่ x เปลี่ยนจาก 1 ไปเป็น 5

ก. 2

ข. 6

ค. 12

ง. 14

3. กำหนดให้ $y = f(x) = \frac{x-1}{x}$ ข้อใดคืออัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ขณะที่ x เปลี่ยนจาก 2 ไปเป็น 4

ก. $-\frac{1}{2}$

ข. $\frac{1}{2}$

ค. $-\frac{1}{8}$

ง. $\frac{1}{8}$

4. กำหนดให้ $y = f(x) = x^2 - 5x$ ข้อใดคืออัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ขณะ x มีค่าใด ๆ

ก. $x^2 - 1$

ข. $2x - 1$

ค. $x^2 - 5$

ง. $2x - 5$

5. กำหนดให้ $y = f(x) = 3x^2 + 4x - 5$ ข้อใดคืออัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ขณะที่ $x = 4$

ก. 23

ข. 25

ค. 28

ง. 32

6. กำหนดให้ $y = f(x) = \frac{1}{x}$ ข้อใดคืออัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ขณะที่ $x = 3$

ก. $\frac{1}{3}$

ข. $\frac{1}{9}$

ค. $-\frac{1}{3}$

ง. $-\frac{1}{9}$

7. อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เมื่อเทียบกับความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เมื่อความยาวของด้านเปลี่ยนจาก 3 เซนติเมตร เป็น 6 เซนติเมตร ตรงกับข้อใด

ก. 9 ตารางเซนติเมตร/เซนติเมตร

ข. 18 ตารางเซนติเมตร/เซนติเมตร

ค. 27 ตารางเซนติเมตร/เซนติเมตร

ง. 36 ตารางเซนติเมตร/เซนติเมตร

8. รูปวงกลมวงหนึ่งมีรัศมียาว r เซนติเมตร ข้อใดคืออัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของความยาวของเส้นรอบวง เทียบกับรัศมี เมื่อความยาวของรัศมีเปลี่ยนจาก 3 เซนติเมตร เป็น 3.5 เซนติเมตร

ก. π เซนติเมตร/เซนติเมตร

ข. 2π เซนติเมตร/เซนติเมตร

ค. 3π เซนติเมตร/เซนติเมตร

ง. 4π เซนติเมตร/เซนติเมตร

9. อัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า เมื่อเทียบกับความยาวด้าน เมื่อความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า เท่ากับ 8 นิ้ว ตรงกับข้อใด

ก. $16\sqrt{3}$ ตารางนิ้ว/นิ้ว

ข. $8\sqrt{3}$ ตารางนิ้ว/นิ้ว

ค. 16 ตารางนิ้ว/นิ้ว

ง. 32 ตารางนิ้ว/นิ้ว

10. กำหนดให้ $s(t) = t^2 - 3t + 12$ เป็นระยะทางการเคลื่อนที่ของวัตถุชิ้นหนึ่งมีหน่วยเป็นเมตร เมื่อเวลา t วินาที ข้อใดคืออัตราการเปลี่ยนแปลงของระยะทางของ s เมื่อเวลา t เท่ากับ 10 วินาที

ก. -17 เมตร/วินาที

ข. 17 เมตร/วินาที

ค. -29 เมตร/วินาที

ง. 29 เมตร/วินาที

กระดาษคำตอบแบบทดสอบก่อนเรียน

ชื่อ-นามสกุล ชั้น ม.6/..... เลขที่

ข้อ	ก	ข	ค	ง
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

สรุปผลคะแนน

คะแนนเต็ม	คะแนนที่ได้
10	

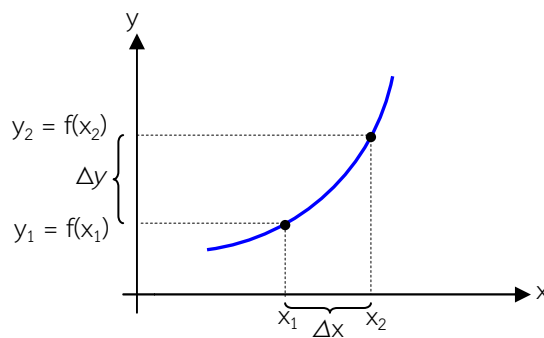
ใบความรู้ที่ 1.1
อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ย



อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ย

อัตราการเปลี่ยนแปลง

พิจารณา กำหนดให้ $y = f(x)$ เป็นฟังก์ชันใดๆ และสมมติกราฟของ $y = f(x)$ เป็นดังนี้



จากกราฟ ถ้า $x = x_1$ แล้ว $y_1 = f(x_1)$

ถ้า $x = x_2$ แล้ว $y_2 = f(x_2)$

จากกราฟ $x_2 - x_1$ เรียกว่า การเปลี่ยนแปลงของ x เขียนแทนด้วย Δx

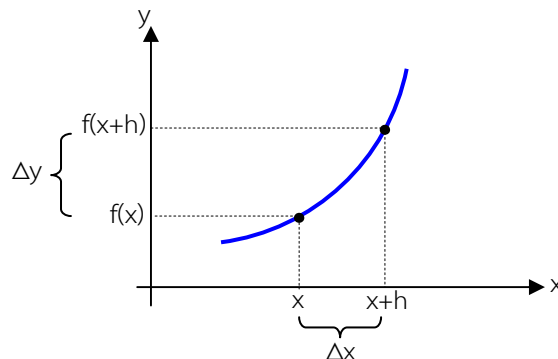
$y_2 - y_1$ หรือ $f(x_2) - f(x_1)$ เรียกว่า การเปลี่ยนแปลงของ y เขียนแทนด้วย Δy

ถ้า $x_1 = x$ แล้ว $y_1 = f(x_1) = f(x)$
 ถ้า $x_2 = x + h$ แล้ว $y_2 = f(x_2) = f(x+h)$

} x เปลี่ยนค่าไป h เมื่อ $h \neq 0$

แสดงว่า ถ้าค่าของ x เปลี่ยนไปเป็น $x + h$ แล้วค่าของ $f(x)$ จะเปลี่ยนเป็น $f(x+h)$

ดังนั้น เขียนกราฟใหม่ของ $y = f(x)$ ได้ดังนี้



จากกราฟ 1. การเปลี่ยนแปลงของ $x = \Delta x = (x + h) - x = h$

2. การเปลี่ยนแปลงของ $y = \Delta y = f(x + h) - f(x)$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x คือ $\frac{\Delta y}{\Delta x}$

บทนิยาม ถ้า $y = f(x)$ เป็นฟังก์ชันใดๆ เมื่อค่าของ x เปลี่ยนเป็น $x+h$ โดยที่ $h \neq 0$

ค่าของ y เปลี่ยนจาก $f(x)$ เป็น $f(x+h)$ แล้ว

อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ในช่วง x ถึง $x+h$ คือ

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x + h) - f(x)}{h}$$

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้ $y = f(x) = x^3$ แล้ว จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ในช่วง $x = 1$ ถึง $x = 4$

วิธีทำ

จากโจทย์ $y = f(x) = x^3$

$$\therefore f(x+h) = f(4) = 4^3 = 64$$

$$f(x) = f(1) = 1^3 = 1$$

อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ในช่วง $x = 1$ ถึง $x = 4$ คือ

$$\begin{aligned} \frac{f(4) - f(1)}{4 - 1} &= \frac{64 - 1}{3} \\ &= \frac{63}{3} \\ &= 21 \end{aligned}$$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ในช่วง $x = 1$ ถึง $x = 4$ คือ 21

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้ $y = f(x) = x^2 - 6x + 4$ แล้ว จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ในช่วง $x = 2$ ถึง $x = 2.5$

วิธีทำ

จากโจทย์ $y = f(x) = x^2 - 6x + 4$

$$\therefore f(x+h) = f(2.5) = (2.5)^2 - 6(2.5) + 4 = -4.75$$

$$f(x) = f(2) = (2)^2 - 6(2) + 4 = -4$$

อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ในช่วง $x = 2$ ถึง $x = 2.5$ คือ

$$\begin{aligned} \frac{f(2.5) - f(2)}{2.5 - 2} &= \frac{-4.75 - 4}{0.5} \\ &= \frac{-8.75}{0.5} \\ &= -17.5 \end{aligned}$$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ในช่วง $x = 2$ ถึง $x = 2.5$ คือ -17.5

ตัวอย่างที่ 3 กำหนด $y = -\frac{3}{x}$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x
ในช่วง $x = a$ ถึง $x = a+h$

วิธีทำ จากโจทย์ $y = -\frac{3}{x}$

$$\begin{aligned}\therefore f(x+h) &= f(a+h) = -\frac{3}{a+h} \\ f(x) &= f(a) = -\frac{3}{a}\end{aligned}$$

อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ในช่วง $x = a$ ถึง $x = a+h$ คือ

$$\begin{aligned}\frac{f(a+h) - f(a)}{(a+h) - a} &= \frac{\left[-\frac{3}{a+h}\right] - \left[-\frac{3}{a}\right]}{h} \\ &= \frac{\frac{-3a + 3a + 3h}{a(a+h)}}{h} \\ &= \frac{3h}{h(a+h)a} \\ &= \frac{3}{a(a+h)}\end{aligned}$$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ในช่วง $x = a$ ถึง $x = a+h$ คือ $\frac{3}{a(a+h)}$

ตัวอย่างที่ 4 จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เมื่อเทียบกับความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เมื่อความยาวของด้านเปลี่ยนจาก 10 เซนติเมตร เป็น 13 เซนติเมตร

วิธีทำ กำหนดให้ รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีด้านยาวด้านละ x เซนติเมตร และ
พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เท่ากับ y ตารางเซนติเมตร

$$\text{จะได้ว่า } y = f(x) = x^2$$

$$\therefore f(x+h) = f(13) = 13^2 = 169$$

$$f(x) = f(10) = 10^2 = 100$$

อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเทียบกับความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เมื่อความยาวของด้านเปลี่ยนจาก 10 เซนติเมตร เป็น 13 เซนติเมตร คือ

$$\begin{aligned} \frac{f(13) - f(10)}{13 - 10} &= \frac{169 - 100}{0.5} \\ &= \frac{69}{3} \\ &= 23 \end{aligned}$$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเมื่อเทียบกับความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เมื่อความยาวของด้านเปลี่ยนจาก 10 เซนติเมตร เป็น 13 เซนติเมตร คือ 23 ตารางเซนติเมตร ต่อเซนติเมตร

แบบฝึกทักษะที่ 1.1

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีทำ จำนวน 10 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน คะแนนเต็ม 10 คะแนน

1. กำหนด $y = f(x) = 2x$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ขณะที่ x เปลี่ยนจาก 1 เป็น 3

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. กำหนด $y = f(x) = 3x + 2$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ในช่วง $x = 1$ ถึง $x = 4$

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. กำหนด $y = f(x) = x^2 + 2x + 6$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ขณะที่ x เปลี่ยนจาก 1 เป็น 5

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. กำหนด $y = f(x) = 2x^3 - 5$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ขณะที่ x เปลี่ยนจาก 2 เป็น 2.1

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. กำหนด $y = f(x) = 5 - 4x^2$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ขณะที่ x เปลี่ยนจาก 3 เป็น 1

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6. กำหนด $y = f(x) = \frac{1}{x}$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ขณะที่ x เปลี่ยนจาก 2 เป็น 5

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

7. กำหนด $y = f(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{2}$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ขณะที่ x เปลี่ยนจาก 4 เป็น 9

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

8. จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของพื้นที่ของรูปวงกลม เมื่อเทียบกับความยาวรัศมีของรูปวงกลมนั้น เมื่อความยาวของรัศมี เปลี่ยนจาก 10 เซนติเมตร เป็น 12 เซนติเมตร

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

9. จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่ารูปหนึ่ง เทียบกับความยาวของด้าน เมื่อความยาวของด้านเปลี่ยนจาก 4 เซนติเมตร เป็น 8 เซนติเมตร

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

10. จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของปริมาตรของทรงกลมเทียบกับรัศมี เมื่อความยาวของรัศมีเปลี่ยนจาก 3 เซนติเมตร ไปเป็น 6 เซนติเมตร

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

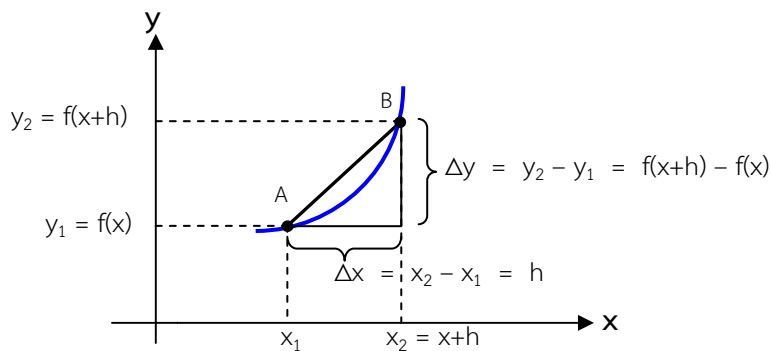
ใบความรู้ที่ 1.2
อัตราการเปลี่ยนแปลงขณะใดๆ



อัตราการเปลี่ยนแปลงขณะใดๆ

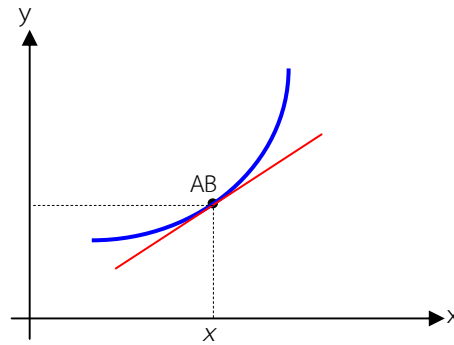
จากการวิเคราะห์อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ในช่วง x ถึง $x+h$ คือ

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \quad \text{เมื่อ } h \neq 0$$



จากเรื่องเส้นตรง $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ คือความชันของเส้นตรง นั่นคือ $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ คือ ความชันของ

คอร์ด AB ถ้าต้องการหาความชันที่แท้จริงของกราฟ ต้องเปลี่ยนค่า x จาก x_1 ไป x_2 แต่ต้องให้ใกล้ x_1 มากที่สุด นั่นคือ $h \rightarrow 0$ มากที่สุด แล้ว y จะเปลี่ยนค่าไป $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ จะเข้าใกล้ความชันของเส้นสัมผัสกราฟของ $y = f(x)$



แสดงว่า $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \text{ความชันของเส้นสัมผัสของกราฟ } y = f(x) \text{ ที่ } x \text{ ใดๆ}$
 $= \text{ความชันของเส้นโค้ง}$

บทนิยาม ถ้า $y = f(x)$ เป็นฟังก์ชันใดๆ เมื่อค่าของ x เปลี่ยนเป็น $x+h$ โดยที่ $h \neq 0$

ค่าของ y เปลี่ยนจาก $f(x)$ เป็น $f(x+h)$ แล้ว

อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ x มีค่าใดๆ และที่ $x = x_0$

$$\text{คือ } \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

ตัวอย่างที่ 1 กำหนด $y = f(x) = x^2$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ x มีค่าใดๆ และ ที่ $x = 1$

วิธีทำ จากโจทย์ $y = f(x) = x^2$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ x มีค่าใดๆ คือ

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 - x^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 - x^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2xh + h^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(2x + h)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} 2x + h \\ &= 2x \end{aligned}$$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ x มีค่าใดๆ คือ $2x$

และ อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ที่ $x = 1$ มีค่าเท่ากับ $2(1) = 2$

ตัวอย่างที่ 2 กำหนด $f(x) = x^2 + 4x - 3$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ x มีค่าใดๆ และขณะที่ $x = 3$

วิธีทำ จากโจทย์ $y = f(x) = x^2 + 4x - 3$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ x มีค่าใดๆ คือ

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[(x+h)^2 + 4(x+h) - 3] - [x^2 + 4x - 3]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[x^2 + 2xh + h^2 + 4x + 4h - 3] - [x^2 + 4x - 3]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 + 4x + 4h - 3 - x^2 + 4x + 3}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h^2 + 2xh + 4h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(h + 2x + 4)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} h + 2x + 4 \\ &= 2x + 4 \end{aligned}$$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ x มีค่าใดๆ คือ $2x+4$

และ อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ที่ $x = 3$ มีค่าเท่ากับ $2(3)+4 = 10$

ตัวอย่างที่ 3 กำหนด $f(x) = \frac{2}{x}$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ x มีค่าใดๆ

วิธีทำ จากโจทย์ $y = f(x) = \frac{2}{x}$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ x มีค่าใดๆ คือ

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{2}{x+h} - \frac{2}{x}}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \left[\frac{2x - 2(x+h)}{x(x+h)} \right] \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \left[\frac{2x - 2x - 2h}{x(x+h)} \right] \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \left[\frac{-2h}{x(x+h)} \right] \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} -\frac{2}{x(x+h)} \\ &= -\frac{2}{x^2} \end{aligned}$$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ x มีค่าใดๆ คือ $-\frac{2}{x^2}$

ตัวอย่างที่ 4 ปริมาณของสาร N กรัม ในน้ำยา เปลี่ยนไปตามเวลา t ดังสมการ $N = \frac{8}{t+1}$

เมื่อ t มีหน่วยเป็นนาที จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของสาร N เทียบกับเวลา t ขณะ t = 3 นาที

วิธีทำ จากโจทย์ $N = f(t) = \frac{8}{t+1}$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของ N เทียบกับ t ขณะเวลา t ใดๆ คือ

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(t+h) - f(t)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{8}{(t+h)+1} - \frac{8}{t+1}}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \left[\frac{8(t+1) - 8(t+h+1)}{(t+h+1)(t+1)} \right] \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \left[\frac{8t+8-8t-8h-8}{t^2+ht+t+t+h+1} \right] \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \left[\frac{-8h}{t^2+2t+ht+h+1} \right] \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \left[\frac{-8}{t^2+2t+ht+h+1} \right] \\ &= \frac{-8}{t^2+2t+1} \end{aligned}$$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงของสาร N เทียบกับเวลา t ในขณะ t = 3 มีค่าเท่ากับ

$$\frac{-8}{3^2 + 2(3) + 1} = -\frac{1}{2} \text{ กรัม / นาที}$$

แบบฝึกทักษะที่ 1.2

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีทำ จำนวน 10 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน คะแนนเต็ม 10 คะแนน

1. กำหนด $y = f(x) = 4x$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ x ใด ๆ

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. กำหนด $y = f(x) = x^3$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ x ใด ๆ

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. กำหนด $y = f(x) = 2x^2 + 3$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะที่ x ไต ๆ

วิธีทำ.....

4. กำหนด $y = f(x) = x^2 + 2x + 5$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะที่ x ไต่ ๆ

วิธีทำ

5. กำหนด $y = f(x) = -\frac{3}{x}$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ x ใด ๆ

วิธีทำ.....

[illegible]

6. กำหนด $y = f(x) = x^2 + 2$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ $x = 2$

วิธีทำ.....

[illegible]

7. กำหนด $y = f(x) = x^2 - 5x + 1$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ $x = 3$

วิธีทำ

8. กำหนด $y = f(x) = x^2 - x$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ $x = 5$

วิธีทำ

9. จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของปริมาตรของแท่งไม้ทรงลูกบาศก์ เทียบกับความยาวของด้าน ขณะความยาวของด้านเป็น 6 เซนติเมตร

วิธีทำ

10. ในการปล่อยลูกบอลลงจากที่สูง กำหนดให้ลูกบอลลงจากที่สูงเป็นระยะทาง $s = f(t) = 4t^2 + 5t - 3$ เมตร เมื่อเวลาผ่านไป t วินาที จงหาว่าลูกบอลตกจากที่สูงด้วยอัตราเร็วเท่าใด ณ เวลาที่ $t = 5$ วินาที

วิธีทำ

แบบทดสอบหลังเรียน

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 5 (ค33201)

เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

เล่มที่ 1 อัตราการเปลี่ยนแปลง

- คำชี้แจง** 1. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบปรนัยเลือกตอบ จำนวน 10 ข้อ ใช้เวลา 20 นาที
2. ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย X ลงในช่องตัวเลือกในกระดาษคำตอบที่เห็นว่าถูกต้องที่สุด

- กำหนดให้ $y = f(x) = x^2 - 5x$ ข้อใดคืออัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ขณะ x มีค่าใด ๆ

ก. $2x - 1$	ข. $2x - 5$
ค. $x^2 - 1$	ง. $x^2 - 5$
- กำหนดให้ $y = f(x) = \frac{1}{x}$ ข้อใดคืออัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ขณะที่ $x = 3$

ก. $\frac{1}{3}$	ข. $-\frac{1}{3}$
ค. $\frac{1}{9}$	ง. $-\frac{1}{9}$
- กำหนดให้ $y = f(x) = 3x^2 + 4x - 5$ ข้อใดคืออัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ขณะที่ $x = 4$

ก. 32	ข. 28
ค. 25	ง. 23
- อัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า เมื่อเทียบกับความยาวด้าน เมื่อความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า เท่ากับ 8 นิ้ว ตรงกับข้อใด

ก. 16 ตารางนิ้ว/นิ้ว	ข. $8\sqrt{3}$ ตารางนิ้ว/นิ้ว
ค. $16\sqrt{3}$ ตารางนิ้ว/นิ้ว	ง. 32 ตารางนิ้ว/นิ้ว
- กำหนดให้ $s(t) = t^2 - 3t + 12$ เป็นระยะทางการเคลื่อนที่ของวัตถุชิ้นหนึ่งมีหน่วยเป็นเมตร เมื่อเวลา t วินาที ข้อใดคืออัตราการเปลี่ยนแปลงของระยะทางของ s เมื่อเวลา t เท่ากับ 10 วินาที

ก. 17 เมตร/วินาที	ข. -17 เมตร/วินาที
ค. 29 เมตร/วินาที	ง. -29 เมตร/วินาที

6. อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x เมื่อ x เปลี่ยนจาก x ไปเป็น $x + h$ ตรงกับข้อใด

ก. $\frac{f(x+h) + f(x)}{h}$

ข. $\frac{f(x-h) + f(x)}{h}$

ค. $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

ง. $\frac{f(x-h) - f(x)}{h}$

7. กำหนดให้ $y = f(x) = \frac{x-1}{x}$ ข้อใดคืออัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ขณะที่ x เปลี่ยนจาก 2 ไปเป็น 4

ก. $-\frac{1}{2}$

ข. $-\frac{1}{8}$

ค. $\frac{1}{2}$

ง. $\frac{1}{8}$

8. กำหนดให้ $y = f(x) = x^2 + 1$ ข้อใดคืออัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ขณะที่ x เปลี่ยนจาก 1 ไปเป็น 5

ก. 14

ข. 12

ค. 6

ง. 2

9. อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เมื่อเทียบกับความยาวของด้านรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เมื่อความยาวของด้านเปลี่ยนจาก 3 เซนติเมตร เป็น 6 เซนติเมตร ตรงกับข้อใด

ก. 36 ตารางเซนติเมตร/เซนติเมตร

ข. 18 ตารางเซนติเมตร/เซนติเมตร

ค. 27 ตารางเซนติเมตร/เซนติเมตร

ง. 9 ตารางเซนติเมตร/เซนติเมตร

10. วงกลมวงหนึ่งมีรัศมียาว r เซนติเมตร ข้อใดคืออัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของความยาวของเส้นรอบวง เทียบกับรัศมี เมื่อความยาวของรัศมีเปลี่ยนจาก 3 เซนติเมตร เป็น 3.5 เซนติเมตร

ก. 4π เซนติเมตร/เซนติเมตร

ข. 3π เซนติเมตร/เซนติเมตร

ค. 2π เซนติเมตร/เซนติเมตร

ง. π เซนติเมตร/เซนติเมตร

กระดาษคำตอบแบบทดสอบหลังเรียน

ชื่อ-นามสกุล ชั้น ม.6/..... เลขที่

ข้อ	ก	ข	ค	ง
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

สรุปผลคะแนน

คะแนนเต็ม	คะแนนที่ได้
10	



แบบบันทึกคะแนนแบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน

เล่มที่ 1 อัตราการเปลี่ยนแปลง

ชื่อ ชั้น เลขที่
โรงเรียนสวนกุหลาบวิทยาลัย (จิระประวัตติ) นครสวรรค์ องค์การบริหารส่วนจังหวัดนครสวรรค์

แบบทดสอบ	คะแนนเต็ม	คะแนนที่ได้	ความก้าวหน้า	คิดเป็นร้อยละ
แบบทดสอบก่อนเรียน	10			
แบบทดสอบหลังเรียน	10			



แบบบันทึกความก้าวหน้าของแบบฝึกทักษะ

เล่มที่ 1 อัตราการเปลี่ยนแปลง

ชื่อ ชั้น เลขที่
โรงเรียนสวนกุหลาบวิทยาลัย (จิระประวัติ) นครสวรรค์ องค์การบริหารส่วนจังหวัดนครสวรรค์

แบบฝึกทักษะที่	คะแนนเต็ม	คะแนนที่ได้	คิดเป็นร้อยละ	ผ่านเกณฑ์ *	ไม่ผ่านเกณฑ์ **
1.1	10				
1.2	10				
รวมทั้งหมด	20				
เฉลี่ย					
คิดเป็นร้อยละ					

* ผ่านเกณฑ์ หมายความว่า นักเรียนได้คะแนนร้อยละ 80 ขึ้นไป ของคะแนนเต็ม

** ไม่ผ่านเกณฑ์ หมายความว่า นักเรียนได้คะแนนน้อยกว่าร้อยละ 80 ของคะแนนเต็ม



บรรณานุกรม

- กนกวลี อุษณกรกุล และรณชัย มาเจริญทรัพย์.(2548).แบบฝึกหัดและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ม.6 เล่ม 2 ช่วงชั้นที่ 4. กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์เดอะบุคส์ จำกัด.
- _____. (2554). แบบฝึกหัดและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 6. กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์เดอะบุคส์ จำกัด.
- กวิยา เนาวประทีป.(2548).เทคนิคการเรียนรู้คณิตศาสตร์: แคลคูลัสเบื้องต้น.กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์ฟิสิกส์เซนเตอร์
- ณรงค์ ปันนิม.(2555). คู่มือเตรียมสอบคณิตศาสตร์ ม.4-5-6 PAT 1. กรุงเทพมหานคร : ภูมิบัณฑิต.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.(2554). หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์เล่ม 6 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว
- _____.(2554). คู่มือครูรายวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์เล่ม 6 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว.

ภาคผนวก



เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน

ข้อ	ก	ข	ค	ง
1		×		
2		×		
3				×
4				×
5			×	
6				×
7	×			
8		×		
9	×			
10		×		



เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1.1

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีทำ จำนวน 10 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน คะแนนเต็ม 10 คะแนน

- กำหนด $y = f(x) = 2x$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ขณะที่ x เปลี่ยนจาก 1 เป็น 3

วิธีทำ จากโจทย์ $y = f(x) = 2x$

$$\therefore f(x+h) = f(3) = 2(3) = 6$$

$$f(x) = f(1) = 2(1) = 2$$

อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ขณะที่ x เปลี่ยนจาก 1 เป็น 3 คือ

$$\begin{aligned} \frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} &= \frac{6 - 2}{2} \\ &= \frac{4}{2} \\ &= 2 \end{aligned}$$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ขณะที่ x เปลี่ยนจาก 1 เป็น 3 คือ 2 **ตอบ**

2. กำหนด $y = f(x) = 3x + 2$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ในช่วง $x = 1$ ถึง $x = 4$

วิธีทำ จากโจทย์ $y = f(x) = 3x + 2$

$$\therefore f(x+h) = f(4) = 3(4)+2 = 14$$

$$f(x) = f(1) = 3(1)+2 = 5$$

อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ในช่วง $x=1$ ถึง $x = 4$ คือ

$$\begin{aligned} \frac{f(4) - f(1)}{4 - 1} &= \frac{14 - 5}{3} \\ &= \frac{9}{3} \\ &= 3 \end{aligned}$$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ในช่วง $x = 1$ ถึง $x = 4$ คือ 3 **ตอบ**

3. กำหนด $y = f(x) = x^2 + 2x + 6$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ขณะที่ x เปลี่ยนจาก 1 เป็น 5

วิธีทำ จากโจทย์ $y = f(x) = x^2 + 2x + 6$

$$\therefore f(x+h) = f(5) = 5^2 + 2(5) + 6 = 41$$

$$f(x) = f(1) = 1^2 + 2(1) + 6 = 9$$

อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ขณะที่ x เปลี่ยนจาก 1 เป็น 5 คือ

$$\begin{aligned} \frac{f(5) - f(1)}{5 - 1} &= \frac{41 - 9}{5 - 1} \\ &= \frac{32}{4} \\ &= 8 \end{aligned}$$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ขณะที่ x เปลี่ยนจาก 1 เป็น 5 คือ 8 **ตอบ**

4. กำหนด $y = f(x) = 2x^3 - 5$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ขณะที่ x เปลี่ยนจาก 2 เป็น 2.1

วิธีทำ จากโจทย์ $y = f(x) = 2x^3 - 5$

$$\therefore f(x+h) = f(2.1) = 2(2.1)^3 - 5 = 13.522$$

$$f(x) = f(2) = 2(2)^3 - 5 = 11$$

อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ขณะที่ x เปลี่ยนจาก 2 เป็น 2.1 คือ

$$\begin{aligned} \frac{f(2.1) - f(2)}{2.1 - 2} &= \frac{13.522 - 11}{0.1} \\ &= \frac{2.522}{0.1} \\ &= 25.22 \end{aligned}$$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ขณะที่ x เปลี่ยนจาก 2 เป็น 2.1 คือ 25.22 **ตอบ**

5. กำหนด $y = f(x) = 5 - 4x^2$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ขณะที่ x เปลี่ยนจาก 3 เป็น 1

วิธีทำ จากโจทย์ $y = f(x) = 5 - 4x^2$

$$\therefore f(x+h) = f(1) = 5 - 4(1)^2 = 1$$

$$f(x) = f(3) = 5 - 4(3)^2 = -31$$

อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ขณะที่ x เปลี่ยนจาก 3 เป็น 1 คือ

$$\begin{aligned} \frac{f(1) - f(3)}{1 - 3} &= \frac{1 - (-31)}{1 - 3} \\ &= -\frac{32}{2} \\ &= -16 \end{aligned}$$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ขณะที่ x เปลี่ยนจาก 3 เป็น 1 คือ -16 **ตอบ**

6. กำหนด $y = f(x) = \frac{1}{x}$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ขณะที่ x เปลี่ยนจาก 2 เป็น 5

วิธีทำ จากโจทย์ $y = f(x) = \frac{1}{x}$

$$\therefore f(x+h) = f(5) = \frac{1}{5}$$

$$f(x) = f(2) = \frac{1}{2}$$

อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ขณะที่ x เปลี่ยนจาก 2 เป็น 5 คือ

$$\begin{aligned} \frac{f(5) - f(2)}{5 - 2} &= \frac{\frac{1}{5} - \frac{1}{2}}{3} \\ &= \frac{-\frac{3}{10}}{3} \\ &= -\frac{1}{10} \end{aligned}$$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ขณะที่ x เปลี่ยนจาก 2 เป็น 5 คือ $-\frac{1}{10}$ **ตอบ**

7. กำหนด $y = f(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{2}$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ขณะที่ x เปลี่ยนจาก 4 เป็น 9

วิธีทำ จากโจทย์ $y = f(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{2}$

$$\therefore f(x+h) = f(9) = \sqrt{9} + \frac{1}{2} = 3 + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$$

$$f(x) = f(4) = \sqrt{4} + \frac{1}{2} = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ขณะที่ x เปลี่ยนจาก 4 เป็น 9 คือ

$$\begin{aligned} \frac{f(9) - f(4)}{9 - 4} &= \frac{\frac{7}{2} - \frac{5}{2}}{5} \\ &= \frac{1}{5} \end{aligned}$$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ขณะที่ x เปลี่ยนจาก 4 เป็น 9 คือ $\frac{1}{5}$ **ตอบ**

8. จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของพื้นที่ของรูปวงกลม เมื่อเทียบกับความยาวของรัศมีของรูปวงกลมนั้น เมื่อความยาวของรัศมี เปลี่ยนจาก 10 เซนติเมตร เป็น 12 เซนติเมตร

วิธีทำ กำหนดให้ ความยาวของรัศมีของรูปวงกลมายาว r เซนติเมตร และ
พื้นที่ของรูปวงกลมเท่ากับ y ตารางหน่วย

$$\text{จะได้ว่า } y = f(r) = \pi r^2$$

$$\therefore f(r+h) = f(12) = \pi(12)^2 = 144\pi$$

$$f(r) = f(10) = \pi(10)^2 = 100\pi$$

อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของพื้นที่ของรูปวงกลมเทียบกับความยาวของรัศมี เมื่อความยาวของรัศมีเปลี่ยนจาก 10 เซนติเมตร เป็น 12 เซนติเมตร คือ

$$\begin{aligned} \frac{f(12) - f(10)}{12 - 10} &= \frac{144\pi - 100\pi}{2} \\ &= \frac{44\pi}{2} \\ &= 22\pi \\ &= 69.08 \end{aligned}$$

ดังนั้นอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของพื้นที่ของรูปวงกลมเทียบกับความยาวของรัศมี เมื่อความยาวของรัศมีเปลี่ยนจาก 10 เซนติเมตร เป็น 12 เซนติเมตร คือ 22π หรือ 69.08 ตารางเซนติเมตร ต่อเซนติเมตร **ตอบ**

9. จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่ารูปหนึ่ง เทียบกับความยาวของด้าน เมื่อความยาวของด้านเปลี่ยนจาก 4 เซนติเมตร เป็น 8 เซนติเมตร

วิธีทำ กำหนดให้ ความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่ายาว x เซนติเมตร และ
พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า เท่ากับ y ตารางหน่วย

$$\text{จะได้ว่า } y = f(x) = \frac{\sqrt{3}}{4}(x)^2$$

$$\therefore f(x+h) = f(8) = \frac{\sqrt{3}}{4}(8)^2 = 16\sqrt{3}$$

$$f(x) = f(4) = \frac{\sqrt{3}}{4}(4)^2 = 4\sqrt{3}$$

อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าเทียบกับความยาวของด้าน เมื่อความยาวของด้านเปลี่ยนจาก 4 เซนติเมตร เป็น 8 เซนติเมตร คือ

$$\begin{aligned} \frac{f(8) - f(4)}{8 - 4} &= \frac{16\sqrt{3} - 4\sqrt{3}}{4} \\ &= \frac{12\sqrt{3}}{4} \\ &= 3\sqrt{3} \end{aligned}$$

ดังนั้นอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าเทียบกับความยาวของด้าน เมื่อความยาวของด้านเปลี่ยนจาก 4 เซนติเมตร เป็น 8 เซนติเมตร คือ $3\sqrt{3}$ ตารางเซนติเมตร ต่อเซนติเมตร **ตอบ**

10. จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของปริมาตรของทรงกลมเทียบกับรัศมี เมื่อความยาวของรัศมีเปลี่ยนจาก 3 เซนติเมตร ไปเป็น 6 เซนติเมตร

วิธีทำ กำหนดให้ ความยาวของรัศมีของทรงกลมยาว r เซนติเมตร และ
ปริมาตรของทรงกลมเท่ากับ y ลูกบาศก์หน่วย

$$\text{จะได้ว่า} \quad y = f(x) = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\therefore f(x+h) = f(6) = \frac{4}{3}\pi(6)^3 = 288\pi$$

$$f(x) = f(3) = \frac{4}{3}\pi(3)^3 = 36\pi$$

อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของปริมาตรของทรงกลมเทียบกับรัศมี เมื่อความยาวของรัศมีเปลี่ยนจาก 3 เซนติเมตร ไปเป็น 6 เซนติเมตร คือ

$$\begin{aligned} \frac{f(6) - f(3)}{6 - 3} &= \frac{288\pi - 36\pi}{3} \\ &= \frac{252\pi}{3} \\ &= 84\pi \\ &= 264 \end{aligned}$$

ดังนั้นอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของปริมาตรของทรงกลมเทียบกับรัศมี เมื่อความยาวของรัศมีเปลี่ยนจาก 3 เซนติเมตร ไปเป็น 6 เซนติเมตร คือ 264 ลูกบาศก์เซนติเมตร ต่อเซนติเมตร **ตอบ**



เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1.2

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีทำ จำนวน 10 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน คะแนนเต็ม 10 คะแนน

- กำหนด $y = f(x) = 4x$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ x ใด ๆ

วิธีทำ จากโจทย์ $y = f(x) = 4x$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ x มีค่าใดๆ คือ

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4(x+h) - 4x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4x + 4h - 4x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4h}{h} \\ &= 4 \end{aligned}$$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ x มีค่าใดๆ คือ 4 **ตอบ**

2. กำหนด $y = f(x) = x^3$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ x ใด ๆ

วิธีทำ จากโจทย์ $y = f(x) = x^3$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ x มีค่าใดๆ คือ

$$\begin{aligned}\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^3 - x^3}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^3 + 3x^2h + 3xh^2 + h^3 - x^3}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3x^2h + 3xh^2 + h^3}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} 3x^2 + 3xh + h^2 \\ &= 3x^2\end{aligned}$$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ x มีค่าใดๆ คือ $3x^2$ **ตอบ**

3. กำหนด $y = f(x) = 2x^2 + 3$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ x ใด ๆ

วิธีทำ จากโจทย์ $y = f(x) = 2x^2 + 3$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ x มีค่าใดๆ คือ

$$\begin{aligned}\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[2(x+h)^2 + 3] - [2x^2 + 3]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[2(x^2 + 2xh + h^2) + 3] - [2x^2 + 3]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2x^2 + 4xh + 2h^2 + 3 - 2x^2 - 3}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4xh + 2h^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} 4x + 2h \\ &= 4x\end{aligned}$$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ x มีค่าใดๆ คือ $4x$ **ตอบ**

4. กำหนด $y = f(x) = x^2 + 2x + 5$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ x ใด ๆ

วิธีทำ จากโจทย์ $y = f(x) = x^2 + 2x + 5$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ x มีค่าใดๆ คือ

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[(x+h)^2 + 2(x+h) + 5] - [x^2 + 2x + 5]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[x^2 + 2xh + h^2 + 2x + 2h + 5] - [x^2 + 2x + 5]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 + 2x + 2h + 5 - x^2 - 2x - 5}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2xh + h^2 + 2h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} 2x + h^2 + 2 \\ &= 2x + 2 \end{aligned}$$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ x มีค่าใดๆ คือ $2x+2$ **ตอบ**

5. กำหนด $y = f(x) = -\frac{3}{x}$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ x ใด ๆ

วิธีทำ

จากโจทย์ $y = f(x) = -\frac{3}{x}$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ x มีค่าใดๆ คือ

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-\frac{3}{x+h} - \left(-\frac{3}{x}\right)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-\frac{3}{x+h} + \frac{3}{x}}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \left[\frac{-3x + 3(x+h)}{x(x+h)} \right] \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \left[\frac{-3x + 3x + 3h}{x(x+h)} \right] \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \left[\frac{3h}{x(x+h)} \right] \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \left[\frac{3}{x(x+h)} \right] \\ &= \frac{3}{x^2} \end{aligned}$$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ x มีค่าใดๆ คือ $\frac{3}{x^2}$

6. กำหนด $y = f(x) = x^2 + 2$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ $x = 2$

วิธีทำ จากโจทย์ $y = f(x) = x^2 + 2$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ x มีค่าใดๆ คือ

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[(x+h)^2 + 2] - [x^2 + 2]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[x^2 + 2xh + h^2 + 2] - [x^2 + 2]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 + 2 - x^2 - 2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2xh + h^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} 2x + h \\ &= 2x \end{aligned}$$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ $x = 2$ คือ $2(2) = 4$ **ตอบ**

7. กำหนด $y = f(x) = x^2 - 5x + 1$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ $x = 3$

วิธีทำ จากโจทย์ $y = f(x) = x^2 - 5x + 1$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ x มีค่าใดๆ คือ

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[(x+h)^2 - 5(x+h) + 1] - [x^2 - 5x + 1]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[x^2 + 2xh + h^2 - 5x - 5h + 1] - [x^2 - 5x + 1]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 - 5x - 5h + 1 - x^2 + 5x - 1}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2xh + h^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} 2x + h \\ &= 2x \end{aligned}$$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ $x = 3$ มีค่าเท่ากับ $2(3) = 6$ **ตอบ**

8. กำหนด $y = f(x) = x^2 - x$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ $x = 5$

วิธีทำ จากโจทย์ $y = f(x) = x^2 - x$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ x มีค่าใดๆ คือ

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[(x+h)^2 - (x+h)] - [x^2 - x]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 - x - h - x^2 + x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2xh + h^2 - h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} 2x + h - 1 \\ &= 2x - 1 \end{aligned}$$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ $x = 2$ คือ $2(5) - 1 = 9$ **ตอบ**

9. จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของปริมาตรของแท่งไม้ทรงลูกบาศก์ เทียบกับความยาวของด้าน ขณะความยาวของด้านเป็น 6 เซนติเมตร

วิธีทำ ให้ความยาวด้านของแท่งไม้ทรงลูกบาศก์ยาวด้านละ x เซนติเมตร และ
ปริมาตรของแท่งไม้ทรงลูกบาศก์ เท่ากับ y ลูกบาศก์เซนติเมตร
จะได้ว่า $y = f(x) = x^3$

$$\text{จากโจทย์ } y = f(x) = x^3$$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ x มีค่าใดๆ คือ

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^3 - x^3}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^3 + 3x^2h + 3xh^2 + h^3 - x^3}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3x^2h + 3xh^2 + h^3}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} 3x^2 + 3xh + h^2 \\ &= 3x^2 \end{aligned}$$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ x มีค่าใดๆ คือ $3x^2$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงของปริมาตรของแท่งไม้ทรงลูกบาศก์ เทียบกับความยาวของด้าน ขณะความยาวของด้านเป็น 6 เซนติเมตร คือ $3(6)^2 = 648$ ลูกบาศก์เซนติเมตร **ตอบ**

10. ในการปล่อยลูกบอลลงจากที่สูง กำหนดให้ลูกบอลตกจากที่สูงเป็นระยะทาง $s = f(t) = 4t^2 + 5t - 3$ เมตร เมื่อเวลาผ่านไป t วินาที จงหาว่าลูกบอลตกจากที่สูงด้วยอัตราเร็วเท่าใด ณ เวลาที่ $t = 5$ วินาที

วิธีทำ จากโจทย์ $s = f(t) = 4t^2 + 5t - 3$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของ s เทียบกับ t ขณะ t มีค่าใดๆ คือ

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(t+h) - f(t)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[4(t+h)^2 + 5(t+h) - 3] - [4t^2 + 5t - 3]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[4(t^2 + 2th + h^2) + 5(t+h) - 3] - [4t^2 + 5t - 3]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4t^2 + 8th + 4h^2 + 5t + 5h - 3 - 4t^2 - 5t + 3}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{8th + 4h^2 + 5h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} 8t + 4h + 5 \\ &= 8t + 5 \end{aligned}$$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ x มีค่าใดๆ คือ $8t+5$

ดังนั้น เมื่อเวลาผ่านไป 5 วินาที ลูกบอลตกจากที่สูงด้วยอัตราเร็ว คือ $8(5)+5 = 45$ เมตรต่อวินาที **ตอบ**



เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน

ข้อ	ก	ข	ค	ง
1				×
2				×
3			×	
4	×			
5		×		
6		×		
7				×
8		×		
9	×			
10		×		